

HENRI BERGSON, LAS MATEMATICAS Y EL DEVENIR

Miguel Espinoza

Abstract. Henri Bergson (1859-1941) divides nature in two conflicting regions: life, the content of creative evolution, and that inert something which the intellect calls "matter". The essence of things is their continuous duration which only intuition can grasp. On the other hand, mathematics, the structure of the mechanical sciences, is made up of discrete symbols which reflect the categories Bergson links to space such as discontinuity, analysis, and homogeneity. This antagonism between the mathematical intellect and continuous duration explains that the mathematical sciences are incapable of giving us a knowledge of the world. Bergson challenges the mathematician who wants to reduce the distance between the intuitive continuum and the mathematical continuum. The aim of this paper is to explain and evaluate Bergson's assessment of the nature and interest of mathematics.

Resumen. Henri Bergson (1859-1941) divide la naturaleza en dos regiones en conflicto, lo vivo y lo inerte. Lo vivo es el dominio de la evolución creadora, lo inerte es lo que el intelecto considera como la materia. La esencia de todas las cosas es su duración continua, accesible solamente a la intuición. Los formalismos matemáticos, productos del intelecto que estructuran la visión mecanicista del mundo, están contruidos con símbolos discretos que reflejan las categorías que Bergson asocia al espacio (la discontinuidad, el análisis, la homogeneidad). Esta inadecuación entre el intelecto matemático y la duración continua explica que las ciencias matemáticas no puedan darnos un conocimiento del mundo. Bergson constituye un desafío al matemático que quiere reducir la distancia entre el continuo intuitivo y el continuo

matemático. El objetivo de este ensayo es explicar y evaluar las opiniones de Bergson sobre la naturaleza y el interés de las matemáticas.

1. Introducción

El intelecto es la capacidad humana de pensar las cosas conceptual o racionalmente. Bergson considera que esta facultad es ante todo práctica, condicionada por la necesidad de actuar eficazmente y de comunicar. El desarrollo del lenguaje y el desarrollo del intelecto han tenido una gran influencia mutua. La concepción pragmática del origen del intelecto y del lenguaje se prolonga naturalmente en la concepción pragmática del conocimiento. Este es, según Bergson, menos el reflejo especulativo, desinteresado y verdadero del mundo, que una herramienta para desenvolvernos en él. Por eso es la tecnociencia y la tecnología, y no la ciencia teórica, la que nos da la idea adecuada de la naturaleza del intelecto.

Bergson piensa que el intelecto no encuentra mejor manera de aprovechar el ambiente que de tratar todo objeto y situación como algo espacial compuesto de unidades homogéneas separables. Por eso no hay que extrañarse si el esqueleto de la ciencia es el conjunto de categorías mecanicistas determinadas por las posibilidades de las matemáticas y sobre todo de la geometría, base de la ciencia mecanicista. Es en el contexto de la concepción de la ciencia como una actividad orientada hacia la acción eficaz, hacia el control y predicción de los fenómenos que se inscribe la crítica de Bergson de la naturaleza y de las posibilidades de las matemáticas. Las ciencias matemáticas sirven de estructura a las ciencias físicas, indispensables a nuestra acción. La dificultad está en que, según la metafísica de Bergson, la esencia de las cosas es el movimiento y la duración continua accesible solamente a la intuición, forma de unión íntima con las cosas, razón por la cual el intelecto y sus categorías matemáticas, que presuponen el espacio y la discontinuidad, son absolutamente incapaces de coger la esencia de las cosas.

Me propongo describir las propiedades de las matemáticas según Bergson, refiriéndome directamente a sus opiniones así como a la de otros científicos o filósofos avanzando en zig-zag para profundizar la comprensión. Luego intentaré evaluar las ideas de Bergson. Todo esto nos obliga a tener en cuenta su concepción de la realidad y del conocimiento, porque sus opiniones sobre las matemáticas no tienen para él un

valor autónomo sino que se sitúan en el marco de la relación del intelecto con las cosas.

2 . El número y el espacio

¿Es el número un objeto substantivo, o una propiedad de algo, o una relación entre cantidades de la misma especie? El número (entero, cardinal) dice Bergson, es una colección de unidades, la síntesis de lo uno y de lo múltiple.⁽¹⁾ El recurso a lo Uno y a lo Múltiple para definir el número se encuentra ya en Aristóteles para quien lo Uno significa la medida de una multiplicidad. En tiempos de Aristóteles, era corriente ver el número como una multiplicidad medida.⁽²⁾ La Unidad es aquello en virtud de lo cual lo que existe se llama "uno" y el Número es una multitud compuesta de unidades (Euclides).⁽³⁾ Kant utiliza también esta categoría de lo Uno y de lo Múltiple en su definición: el número es la unidad que resulta de la síntesis de lo múltiple de una intuición compuesta de elementos homogéneos; no hay número sin repetición de unidades homogéneas.⁽⁴⁾ Kant da al *tiempo* un rol indispensable en la intuición, mientras que Bergson asocia el número al *espacio*. En Kant, el tiempo es necesario para nuestra representación del número, necesario en el acto de enumeración, en la construcción de la magnitud; pero el número mismo en tanto que esquema de la magnitud, en tanto que pura determinación de la magnitud, en suma, en tanto que concepto intelectual, no tiene necesidad del tiempo.

La idea de que los números han sido derivados de la percepción espacial es antigua y retomada de buena gana por quienes piensan que la aritmética se deriva del continuo geométrico. Para los pitagóricos, los números eran comparables a los átomos de materia. Concebidos como puntos geométricos, o como pequeñas esferas, los números se clasificaban según la forma en que podían ser ordenados: hay números triangulares, cuadrados, etc. Se conoce la importancia de las nociones de sucesión y de igualdad en la definición de los números, recogida, por ejemplo, en los axiomas de Peano que permiten definir formalmente el conjunto N de los enteros naturales. Pues bien, todas estas nociones, según Bergson, presuponen la localización espacial y la relación espacial continente-contenido.⁽⁵⁾ Cuando se observa que un número es mayor que otro, se trata de espacios desiguales; si se disponen los números en orden creciente, es porque hay números que contienen otros números. El número presupone la imagen visual del espacio; el número, pluralidad hecha de unidades, implica el espacio.

La concepción del número de Bergson es resueltamente griega. El número era

para los griegos una cantidad o una medida representada por un entero natural o por una relación de dos enteros naturales. Los primeros números de los cuales el hombre tuvo conciencia fueron probablemente pequeños. En la construcción de los enteros naturales, uno puede imaginar que el hombre comenzó representando las unidades por rayas dibujadas sobre alguna superficie y agrupadas enseguida en paquetes, por ejemplo, de cinco o de diez, sistema de base seleccionado según las necesidades. "Contar significa para Kant: ir a través de cosas diferentes ítem por ítem, hacerlas reproducibles —en el acto de contar ordenándolas en series— reuniendo lo reproducido en un concepto para que pueda ser representado en tanto que idea integrada."⁽⁶⁾

Estas breves notas sobre la manera en que los enteros naturales han sido descubiertos o contruidos, atribuibles a los griegos, a Kant o a Bergson (entre muchos otros), tradición que concibe el número como una colección de unidades, no satisfizo las exigencias de rigor y de abstracción de los matemáticos del siglo 19. Preocupados por problemas de clarificación conceptual y de fundamentos, los matemáticos de ese siglo, teniendo como tema de reflexión no solamente los enteros naturales sino casi todas las clases de números que conocemos hoy, subieron en la escala de la abstracción en búsqueda de una definición general del número. Como era de esperar, la crítica más corriente hecha a la concepción del número, compartida por Bergson, que acabo de describir a grandes rasgos, es que tal concepción no es suficientemente abstracta.

3 . La concepción logicista

Según Bertrand Russell, los 12 apóstoles y los 12 meses del año son colecciones que tienen en común el hecho de ser 12, propiedad ausente en los 10 dedos de las manos y en una media-docena de notas musicales. Por eso el número no es un grupo de objetos ni algo substantivo que todos los grupos tengan en común. Russell critica a todos los que se han extraviado definiendo la pluralidad más bien que el número. "El número de una clase es la clase de clases equivalentes".⁽⁷⁾ Los elementos que componen las clases equivalentes tienen entre ellos una correspondencia unívoca y recíproca. Esta definición es extensible a todo tipo de número.

Russell no mostró nunca ninguna simpatía por la filosofía bergsoniana, y en lo concerniente al problema de la naturaleza de los números, el co-autor de *Principia Mathematica* afirma que el filósofo francés no sabe lo que son los números y que confunde (i) el concepto general de número, (ii) los diversos números particulares, y (iii) los diversos grupos a los cuales se aplican los números particulares.⁽⁸⁾ (Veremos

luego que algunas de estas críticas son injustas).

¿Tiene Russell derecho de sentirse tan seguro de saber lo que son los números? Lo que Russell se propuso con su definición en términos de clases fue, en un primer momento, dar a los números una referencia objetiva independiente de nuestro aparato psicológico, referencia que el mismo Russell intentó después reducir a una serie de relaciones lógicas, lo que hizo en una perspectiva cercana al positivismo y al formalismo. De hecho, terminó definiendo los números como ficciones lógicas. Los números son clases de clases, y como las clases son ficciones lógicas, los números son ficciones de segundo grado, ficciones de ficciones.

La evolución de la lógica y de las matemáticas desde 1920 hasta nuestros días no ha hecho sino sacar a plena luz la distancia que existe entre la lógica y las matemáticas. Russell sabía que no tenía criterios para reconocer los axiomas que permitirían la deducción de todas las proposiciones matemáticas. Luego, y contrario a lo que él suponía, la lógica y las matemáticas no participan del mismo tipo de necesidad. Por lo demás, incluso la pertinencia matemática de los teoremas de Kurt Gödel no es fácil de establecer: el hecho que haya que codificar los enunciados para introducirlos en el dominio de influencia de esos teoremas es tal vez una prueba del carácter extra-matemático de esos teoremas. Su interés sería más bien indicar, como un panel de señalización, las vías que hay que evitar. Poincaré quería que nos diéramos cuenta que si las matemáticas eran, en el fondo, lógicas, se verían reducidas a una enorme tautología. Comentando la definición del número 1 expuesta en los *Principia Mathematica*, Poincaré se burlaba diciendo que era una definición maravillosa para todos aquéllos que nunca habían oído hablar del número 1.

4 . La concepción intuicionista

La opinión de varios intuicionistas o pre-intuicionistas (Kronecker, Poincaré, Borel y otros) es que para el ser humano, el acto de contar, la construcción de los enteros naturales, es un proceso evidente. El entero natural es tal vez nuestro concepto más evidente por lo que está presupuesto en las definiciones sofisticadas. Por eso en la tradición intuicionista se reconoce un estatuto privilegiado a los enteros naturales en la construcción de todos los tipos de números así como en la construcción de las matemáticas en general.

Según L. E. J. Brouwer, la intuición fundamental es el desarrollo de percepciones en una secuencia temporal. El sujeto divide un instante de vida en dos

objetos distintos "de los cuales uno da nacimiento al otro mientras es conservado en el recuerdo. Si se despoja de toda cualidad la bi-unidad así engendrada, queda la forma vacía del substrato común a toda bi-unidad. Este substrato común, esta forma vacía, [la relación de n a $n + 1$] es la intuición fundamental de las matemáticas." ⁽⁹⁾ La formación de los números resulta de la intuición del tiempo; la idea tiene al menos un antecedente: Kant.

Por ahora, si hago alusión a algunos no-logicistas, es sencillamente para no perder de vista que ni la definición russelliana del número ni su concepción global de la naturaleza de las matemáticas deben imponerse como las únicas ideas razonables. Hay otras maneras de ver tal vez mejor adaptadas a nuestras intuiciones naturales. Retengamos por los menos que la afirmación tajante de Russell según la cual Bergson no sabía lo que son los números, no tiene nada de evidente. Veremos que resulta interesante, para entender correctamente la concepción bergsoniana del número, averiguar hasta qué punto su idea se asemeja a la de los intuicionistas.

5 . El número, el espacio y el tiempo

Los matemáticos intuicionistas han vinculado el número a la intuición del tiempo, y Bergson, a la intuición del espacio. Hemos recordado que los antiguos, luego Bergson y otros, definen el número como una colección de unidades. Para el surgimiento de esta idea se requiere que el espíritu haga abstracción de las particularidades de los objetos contados o medidos. Por ejemplo, si se hace la lista —la suma— de las unidades del equipaje que se lleva durante un viaje en familia, no se toma en cuenta que tal o cual elemento sea maleta, mochila, bolso, etc. Pero si, al contrario, se pone atención a las particularidades de cada objeto, Bergson diría que se los puede enumerar, pero que no se puede hacer una adición. Así, "la idea de número implica la intuición simple de una multiplicidad de partes o de unidades, absolutamente semejantes unas de otras."⁽¹⁰⁾ (La exigencia de homogeneidad de unidades hecha por Kant es conservada por Bergson). Esta afirmación de Bergson neutraliza la crítica de Russell quien le reprocha de confundir el número y los diversos grupos a los cuales se aplican los números.

Imaginemos un pastor que cuenta cincuenta ovejas. Según Bergson, o bien (i) las reúne todas en la misma imagen, y en ese caso de las yuxtapone en un espacio ideal de donde se han eliminado las particularidades de las ovejas, o bien (ii) repite cincuenta veces la imagen de una sola oveja, y en ese caso parecería que la serie ocurre en el

tiempo. Pero para que el número vaya creciendo, se requiere retener las imágenes sucesivas y yuxtaponerlas. Esta yuxtaposición ocurre en el espacio y no en el tiempo; la creencia contraria vendría de un error referente a la naturaleza del tiempo.

Antes de Bergson, Kant había visto claramente la necesidad del espacio para concebir la unidad en la multiplicidad. Se puede analizar la idea de Kant de la manera siguiente: (i) nuestra representación del número requiere un recuento sucesivo en el tiempo, (ii) procedimiento que se termina en la síntesis de una multiplicidad en la unidad de un número, (iii) pero la síntesis puede existir solamente si la multiplicidad se despliega simultáneamente en el espacio. Resulta que no podemos coger la multiplicidad a menos que se la pueda recorrer, por decirlo así, de adelante hacia atrás y vice-versa. Por eso, según Kant, el espacio es tan necesario como el tiempo en la actualización concreta del número.

Un *tiempo* que permita la yuxtaposición de unidades idénticas, una repetición monótona y homogénea, no puede ser sino un tiempo exterior a la cosa, geometrizado, traducido en imágenes espaciales, útil para la ciencia, en particular para la física matemática, y para la comunicación. No es en ningún caso *la duración (durée)* bergsoniana, lo que hace que una sucesión sea tal, lo que es inmediatamente sentido en la vida del espíritu, el tiempo vivido, aquel que se conoce desde el interior del objeto.⁽¹¹⁾

Cuando se suma algo, digamos, hasta cincuenta, es necesario que todas las unidades estén presentes simultáneamente, que coexistan, y eso no es posible, dice Bergson, a menos que se ubiquen las unidades en un espacio puesto que la sucesión pura permite contar pero no sumar. La sucesión pura imposibilita la coexistencia de unidades, e incluso cuando se cuentan unidades, la abstracción nos obliga a hacerlo fuera de la verdadera duración, y la conclusión del filósofo es que contamos los momentos de la duración con puntos del espacio. Bergson parece entonces reconocer que la intuición pura del tiempo permitiría la formación de los enteros naturales, pero que si se dejaran las cosas allí, estas entidades no tendrían ningún poder generador, no servirían para la descripción de objetos. (Bergson no emplea el concepto de « poder generador », pero estas palabras expresan bien lo que quiere decir). La descripción y la explicación son posibles sólo si las unidades están fijas en un espacio de manera que uno pueda volver a ellas para hacer algo con ellas.

La distinción hecha por Bergson entre el acto de contar que puede efectuarse sin presuponer el espacio, y el poder generador de los números que presupone el espacio,

muestra la impertinencia de la crítica de Russell que se puede contar sin presuponer el espacio. Pero acabamos de ver que Bergson no niega eso; lo que niega, es que la actividad matemática, por ejemplo el acto de sumar, pueda efectuarse teniendo en cuenta solamente la sucesión temporal.

6 . Bergson y los intuicionistas

Aunque no lo hicieron intencionalmente, Bergson y Brouwer se ignoraron mutuamente. Sin embargo, salta a la vista que pertenecen a una misma tradición, aquella que basa el conocimiento en la inmediatez de la intuición y no en la experimentación ni en la deducción. La idea bergsoniana de que la intuición del espacio es indispensable en la actividad matemática es interesante y útil para entender la noción de tiempo que participa en la construcción de los números según Brouwer. El tiempo brouweriano permite la percepción de la dos-idad, la forma sin contenido, un tiempo común a todas las dos-idades, base de las matemáticas. Ahora bien, ¿es este tiempo un dominio realmente diferente del espacio, o se trata más bien de un producto del espacio? (Se puede pensar aquí en un espacio sustrato donde sería posible medir algo porque tendría que permitir la distinción de magnitud entre números.)

No es difícil imaginar la respuesta de Bergson: haría notar que el tiempo brouweriano refleja efectivamente las categorías del espacio al menos en la medida en que las estructuras de base de las matemáticas se desarrollan generando un conocimiento. Tendríamos aquí que darle la razón a Bergson. Los números son entidades discretas, y el poder generador de la aritmética, expresado en sus operaciones, exige o presupone un tiempo diferente de la duración continua. Esto obligaría a Brouwer a concebir un doble origen de las matemáticas, temporal y espacial. Bergson diría que la dos-idad es posible en el espacio y de ninguna manera en el tiempo concebido como duración continua (la *durée* bergsoniana). Mi interpretación es que para Bergson es el espacio, y no el tiempo, lo que permite distinguir dos objetos *solo numero* ; es solamente en el espacio que uno puede imaginar *dos objetos* indiscernibles con respecto a todo atributo o propiedad.

Bergson podría haber aplicado a Brouwer la crítica que había hecho a Kant: el tiempo kantiano, la forma pura de la intuición interna, no es verdaderamente separable del espacio. El tiempo kantiano está derivado de la utilización científica o intelectual que lo transforma en una medida externa a la evolución de los sistemas. Pero resulta que la verdadera intuición de la duración es vivida en el interior, desde el interior, y

escapa a toda actividad científica o intelectual cuyo fin es siempre utilitario. (Esta visión de la ciencia, reflejo tal vez de la precariedad humana, es hoy por hoy menos plausible, al menos en las sociedades ricas). Bergson observa que el hombre práctico habría sustituido el *tiempo-longitud* al *tiempo-invencción*. La homogeneidad del tiempo y del espacio científicos no es un dato inmediato de la conciencia sino una deformación sistemática de la verdadera duración continua introducida por nuestros sistemas de símbolos (los formalismos del lenguaje natural o de las matemáticas).

Brouwer reconoce, como es normal hacerlo, que las geometrías no-euclidianas disminuyen fuertemente la verosimilitud de la filosofía de la geometría de Kant, pero le parece que el intuicionismo queda sin embargo a salvo porque la intuición del tiempo, el esquema de la diada al origen de los números, es una intuición natural y originaria de todas las matemáticas, primero de la aritmética, luego de la geometría en la medida en que esta última puede ser reducida a la aritmética. "Finalmente esta intuición originaria de las matemáticas, donde se une lo conectado y lo separado, lo continuo y lo discreto, da lugar inmediatamente a la intuición del continuo lineal, es decir del "entre" que no se deja agotar por la intercalación de nuevas entidades, y que por lo tanto no puede nunca ser pensado como una simple colección de unidades. Así el carácter a priori del tiempo confiere la cualidad de juicio sintético a priori no sólo a las propiedades de la aritmética sino también a las de la geometría; y eso ocurre no sólo en el caso de la geometría elemental de dos o tres dimensiones sino también en el caso de las geometrías no-euclidianas de n dimensiones. De hecho Descartes nos enseñó a reducir estos espacios a la aritmética por medio del cálculo sobre las coordenadas." (12)

Una vez más, Bergson diría que la intuición originaria de Brouwer no es todavía la verdadera intuición del tiempo. Según el filósofo francés la intuición del tiempo, contrario a lo expuesto por el matemático holandés, no une lo conectado y lo separado porque *la durée*, el verdadero tiempo, es continuo. La continuidad de la duración hace que los elementos separables que uno pueda discernir no pueden ser sino el resultado de un extravío que surge del pensamiento espacial dominado por la visión de sólidos separados y estables. Claro está que sólo un tiempo en el sentido de Brouwer, capaz de expresar lo continuo y lo discreto, puede servir de base a la construcción matemática, mientras que a partir de un tiempo continuo en el sentido de Bergson nada intelectual ni inteligible se puede sacar —el continuo es, en sentido estricto, inefable.

¿Es la intuición originaria del tiempo una experiencia continua exclusivamente (Bergson), o se unen en ella lo continuo y lo discreto (Brouwer)? No es fácil saber

quién tiene razón. Cierro los ojos y dejo que mi conciencia siga su curso espontáneamente, como por inercia. Luego me pongo a contar: 1, 2, 3... a intervalos regulares, como sucede cuando me tomo el pulso. Bergson diría que el carácter discreto de la serie ha sido derivado del espacio. Se puede insistir para afirmar lo contrario haciendo ver que mi conciencia puede distinguir elementos discretos, conceptos y proposiciones, cuando pienso de manera analítica, lingüística o lógica. Eso sucede, por ejemplo, cuando recito un poema o cuando doy una lista de razones para aceptar algo. Puedo pensar analíticamente fuera de un contexto matemático, aparentemente sin tener necesidad del espacio. "Aparentemente" porque queda por verse si el lenguaje pudo nacer sin nuestra experiencia espacial. Resulta que Bergson no da cabida en su ontología a un *pensamiento* discreto. Lo discreto, diría él, son los símbolos pero de ninguna manera el pensamiento subyacente y que les da sentido —aunque queda por verse si se puede distinguir tan nítidamente el pensamiento de la sucesión de símbolos.

Yo quisiera empujar la intención de Bergson más allá del lugar donde él la dejó diciendo que Bergson podría argumentar, además, que el aprendizaje de la sintaxis presupone el recurso al espacio. Me parece que la pregunta: ¿puede haber una relación sintáctica fuera de toda geometría? debe responderse negativamente. No sólo la geometría, sino también el lenguaje natural y la lógica inscrita en él, entierran sus raíces en la estabilidad de los objetos y de los fenómenos físicos que percibimos. A la objeción que el ciego de nacimiento habla y sabe contar, Bergson podría responder que posee al menos el espacio de la motricidad y que, de todas maneras, la presencia indispensable del espacio en el aprendizaje de una lengua no es una necesidad individual (de cada niño), sino que parece haber sido una necesidad *al origen* de la adquisición del lenguaje por el hombre. Luego la transmisión del lenguaje a las generaciones posteriores puede, tal vez, dispensarse de la intuición espacial. Mientras estos problemas fundamentales queden sin solución, no será fácil elegir entre Brouwer y Bergson.

7. Intuicionismo y relatividad

Si fuera verdad que el tiempo es una realidad continua exclusivamente como lo afirma Bergson, se sigue que tanto el intuicionismo de Kant como el de Brouwer serían insatisfactorios en tanto que filosofías de las matemáticas porque éstas necesitan lo continuo y lo discreto. Lo discreto es indispensable al menos para la aritmética, el álgebra y el análisis en la medida en que hay números, entidades discretas, externas las

unas con respecto a las otras y con las cuales se intenta, en vano, de reproducir un continuo. Luego quisiera hacer notar que tanto la filosofía de Kant como la de Bergson y la de Brouwer son incompatibles con la noción de espacio-tiempo de las dos teorías de la relatividad de Einstein.

La velocidad de un sistema es función del espacio y del tiempo. Según un principio empírico de la teoría especial de la relatividad, la velocidad de la luz en el vacío es una constante, no depende del estado de movimiento de la fuente que la emite. Se sigue que el desplazamiento del observador con sus instrumentos de medida modifica o bien la medida del espacio, o bien la medida del tiempo, o las dos. De hecho tanto el espacio como el tiempo llegan a ser relativos al referencial. El "ahora", el presente queda sin sentido físico. A causa de las diferencias de velocidades y de movimientos de los observadores, y dado que la comunicación depende de la velocidad de la luz, la cual no es infinita, resulta imposible ajustar los relojes para que den el mismo tiempo: la simultaneidad es operacionalmente imposible. Además la diferencia en la definición del tiempo implica una diferencia en la definición del espacio: cuando se mide la distancia entre dos puntos, se supone que se trata de la distancia entre las posiciones ocupadas por dos sistemas en el mismo instante, pero si esta última noción no tiene contenido real (la simultaneidad no es un concepto operacional), se obtiene que la distancia será relativa al movimiento y a la velocidad de los cuerpos en acción.

Con respecto al espacio, la filosofía de Kant es incompatible con la teoría general de la relatividad, entre otras cosas, porque la estructura geométrica de esta teoría es no-euclidiana, mientras que Kant pensaba que la geometría válida a priori era euclidiana. Con respecto al tiempo, según Kant, hay una intuición pura de él; existe un tiempo único donde la simultaneidad tiene una función importante, idea rechazada por la teoría especial de la relatividad. Por otra parte, algunos neokantianos como Cassirer ven en las teorías de Einstein más bien la confirmación del kantismo en tanto que teoría del conocimiento de la realidad física (pero como este vasto y difícil tema no coincide con nuestro problema, me limito a mencionar la opinión de Cassirer).

La noción kantiana del tiempo, retomada por Brouwer, hace que la filosofía del matemático sea incompatible con la teoría especial de la relatividad. Sucede que, en la teoría de Einstein, es más bien el tiempo el que tiende a perder sus notas características en favor de aquéllas del espacio, ilustrando la opinión de Bergson, mientras que Brouwer propone reducir la geometría a la aritmética, lo que significa, en el caso de Brouwer, que hay una supremacía del tiempo con respecto al espacio en tanto que

fuente de las matemáticas. En lo concerniente a Bergson, salta a la vista que tanto la duración como la intuición de la simultaneidad son propiedades incompatibles con las teorías de Einstein.

Después de haber tomado nota de estas incompatibilidades, los intuicionistas podrían, como lo hizo Bergson, no sentirse obligados a aceptar un tiempo único, el tiempo físico, objetivo y reversible, hecho de instantes representados por un ser matemático analizable. Los intuicionistas podrían insistir en el carácter interno, irreversible, perfectamente continuo, psicológico y personal del tiempo-duración, abierto a la psicología y a la metafísica. Uno se queda con la impresión de que la estrategia que consiste en reconocer dos nociones de tiempo, el tiempo científico y la duración, se acomoda más fácilmente en el cuadro del intuicionismo bergsoniano o brouweriano que en el de Kant porque el idealismo a priori de este último es ontológicamente más fuerte, menos flexible.

La respuesta de Einstein a la demanda de distinguir dos tiempos es negativa: habría uno solo, el tiempo físico descrito por sus teorías, el cual, según la manera de resolver las ecuaciones, puede adquirir un aspecto reversible o irreversible. Esta situación, en la medida en que se deja la posibilidad de un tiempo reversible, es a todas luces insatisfactoria, y es uno de los responsables del abandono de la filosofía natural que busca, entre otras cosas, la coherencia de la naturaleza animada e inanimada. Hay que unirse a la protesta de Bergson y de los intuicionistas: no se puede tratar de ilusoria nuestra intuición de un tiempo irreversible, aunque no sea matemáticamente representable. Vemos seres que nacen, se desarrollan y mueren, y nunca lo inverso. Se ha hecho notar que si el tiempo físico parece reversible, las razones de fondo son matemáticas, aunque no sean las únicas: por ejemplo, t , el símbolo representativo del tiempo, puede adoptar positivos o negativos; luego las leyes analíticas utilizan el infinito, y en este dominio ya no hay una manera simbólica de representar la sucesión, lo antes y lo después. Si n es un cardinal transfinito, entonces $n = n + 1$. Bergson vería con buenos ojos esta observación porque así se ilustra una vez más la incapacidad de algunos formalismos de representar adecuadamente las cosas de nuestro mundo.

8 . Inteligencia y materia

La experiencia enseña a las ciencias biológicas que el cerebro es un órgano que permite la representación y la orientación en el espacio físico para efectuar las tareas vitales de alimentación, de reproducción y de protección. Luego la geometría, ciencia

del espacio, fue al origen, y continúa siéndolo en manos de los geómetras creadores, una ciencia de observación que se inspira en la estabilidad de los fenómenos físicos, en el juego de luz y sombras, en el movimiento de la materia en sus diferentes fases. "La manera en que una estructura tan ideal como la geometría puede ser codificada en nuestro patrimonio genético, y llegar a realizarse a la vez orgánicamente —como en la morfogénesis del ojo— y mentalmente, es sin duda uno de los misterios más profundos de la biología." (13)

Sería difícil exagerar la importancia del espacio físico para la formación de la inteligencia y para el crecimiento de la inteligibilidad. Por eso, con respecto a nuestro *conocimiento intelectual de objetos materiales*, no se puede sino mirar con simpatía la función reconocida al espacio físico por Bergson. Pero no hay que olvidar que para este filósofo el conocimiento espacial no nos da lo esencial de las cosas, su duración, la cual es accesible solamente a la psicología y a la metafísica (en sentido bergsoniano).

Por razones intrínsecas a las matemáticas y diferentes de las de Bergson, los algebristas y los formalistas ven en la negación del espacio físico —concepto con referente real e independiente de nuestras facultades— una condición, o la condición más importante según los casos, del progreso del conocimiento. Resulta que para ellos el objetivo principal de la ciencia no es la búsqueda de la inteligibilidad natural y consideran el espacio físico como un obstáculo a la búsqueda de rigor y de exactitud simbólica. Desde un punto de vista analítico o formal, el espacio físico es una barrera al desarrollo de la aritmética, del álgebra y del análisis. (¿A qué conjunto de objetos de un espacio real puede corresponder un símbolo como $(999^{999})^{999}$?).

Podemos sin embargo continuar a definir la geometría como la ciencia del espacio. Concepto multívoco, el referente del espacio puede ser el espacio físico o el espacio matemático donde designa conjuntos dotados de estructuras (espacio vectorial, espacio topológico, etc.). Esta ambigüedad es esencial al conocimiento del mundo físico porque sirve de puente entre el pensamiento y las cosas. Los conceptos de geometría y de espacio se han desarrollado en estrecha colaboración mutua. De hecho las construcciones matemáticas se entienden, o se entienden mejor, cuando podemos asimilarlas o asociarlas a fenómenos espaciales como nuestra actividad visual o motriz. Luego como Einstein lo hizo, y Descartes antes que él, cabe preguntarse cuál puede ser el valor o el interés de un formalismo inconmensurable con nuestra percepción del mundo sensible.

Debe clasificarse entre las ideas mejor inspiradas de Bergson aquélla que

estipula que la inteligencia y la noción de materia extensa han crecido juntas por resonancia o reacción mutua. La inteligencia, según Bergson, no equivale al espíritu sino que es una de sus funciones especiales orientada hacia la materia inerte. La materia no determina la forma de la inteligencia como lo pretende el materialismo, ni la inteligencia impone su forma a la materia como lo pretende el apriorismo; tampoco puede afirmarse que una y otra hayan sido sincronizadas como lo estipula la doctrina de la armonía preestablecida. Lo que ocurre, dice Bergson, echando mano a una estrategia de la biología moderna, es que la inteligencia y la materia se han acomodado mutuamente para descansar finalmente en una forma común. "Esta adaptación se habría efectuado de manera natural porque es la misma inversión del mismo movimiento que crea a la vez lo intelectual del espíritu y lo material de las cosas." (14)

La inteligencia numérica basada en el acto de medida aplica números, multiplicidades de unidades separables, a la descripción de la materia concebida como extensión abstracta, a la materia en sentido cartesiano. Este método marca el origen del pensamiento mecanicista y materialista. Reflejo del dualismo espíritu-cuerpo cartesiano, la conciencia es para Bergson una actividad interna, una duración concreta y continua basada en la memoria. Puesto que la conciencia posee las propiedades opuestas a las de los números, es la conciencia definitivamente inaccesible al pensamiento mecanicista.

Bergson insiste sobre el carácter *interno* de la duración de los sistemas, animados e inanimados, pero la descripción de este punto capital de su filosofía queda en la oscuridad. ¿Por qué lo interno sería tan diferente de lo externo? Es verdad que en la comprensión del comportamiento del ser vivo la distinción entre lo interno y lo externo es indispensable puesto que el comportamiento está determinado por el ánimo de satisfacer las necesidades internas. La función de los mecanismos de regulación interna es la mantención de la estabilidad del organismo en un medio externo más o menos favorable a este fin. También es cierto que tenemos una intuición, un conocimiento íntimo (desde adentro) de nuestra conciencia individual: no necesito mirarme en el espejo para darme cuenta de que *mi conciencia* es una existencia temporal, ni para saber si estoy tranquilo o triste. ¿Pero en qué consiste el carácter interno de la duración *de las cosas*? Por otra parte, no hay que desconocer que tenemos algunas ideas, fruto de las categorías mecanicistas, acerca de la formación de todos los objetos tanto inanimados como animados.

Bergson se sentiría reconfortado de enterarse hoy que los científicos reconocen

que sus ciencias positivas no dan una cuenta completa del devenir de las cosas. Por ejemplo, en cristalografía se necesitan ideas metafísicas (platonismo, aristotelismo, atomismo, etc.) para explicar la formación de los cristales, como si la información dada por las ciencias de la materia fuera insuficiente. Por otro lado, es interesante saber que se puede ir bastante lejos en la comprensión de la formación de los organismos con la hipótesis de que la formación biológica está regida por exigencias geométricas, espaciotemporales, energéticas, físico-químicas, y cada página del libro de D'Arcy Thompson *On Growth and Form* constituye una prueba en apoyo de esta afirmación. Ahí se puede ver de qué manera la causa eficiente, el poder físico, y la causa formal, el poder matemático, colaboran para formar los órganos. "No hay razón para que las formas materiales de la materia viva escapen a los conceptos [del sistema material de fuerzas mecánicas]... Las células y los tejidos, las conchas y los huesos, las hojas y las flores son parcelas de materia; es conforme a las leyes de la física que sus partículas constitutivas se ubican, se amoldan y adoptan la forma adecuada... Los problemas de forma de la materia viva son ante todo problemas matemáticos y sus problemas de crecimiento son problemas de física." (15)

Hay que considerar el crecimiento biológico como una sucesión de adaptaciones mecánicas con vistas a lo que se espera de un órgano o de una estructura. Por ejemplo, el principio que los huesos de los miembros tienden a acortarse para soportar el peso de un animal muy pesado cumple la ley de Euler que estipula que el peso sostenido por una columna susceptible de doblarse varía en sentido inverso del cuadrado de su longitud. Y la analogía existe: no es por azar que hay formas y mecanismos naturales que se repiten en el mundo inanimado y animado. ¿Cómo aumentar el conocimiento y la comprensión sin presuponer la analogía, sin la hipótesis de que ciertas formas, a primera vista diferentes, manifiestan un género único? "Es un sentimiento maravilloso reconocer la unidad de una multiplicidad de fenómenos que parecen ser cosas completamente separadas a la observación física directa." (Einstein).

Observaciones como las que acabo de hacer concernientes a la utilización de categorías mecanicistas (la figura, la fuerza, el número, etc.), así como la alusión a la analogía, permiten quitarle al menos una parte de misterio al mundo vivo y psicológico. Cuando Bergson dice que la interioridad queda más allá de los límites del pensamiento mecanicista, hay que reconocer que tenemos dificultad en saber a qué se refiere exactamente, salvo, tal vez, cuando se trata de la interioridad de nuestra propia conciencia. La investigación hecha por D'Arcy Thompson, y retomada recientemente

por René Thom en su Teoría de Catástrofes, no encuentra el lugar que merece en el pensamiento de Bergson. La razón principal de este desajuste es el dogma de Bergson de que la esencia de las cosas, la duración, puede ser sentida en una experiencia de empatía, de simbiosis o de simpatía, pero no puede, en ningún caso, ser objeto de conocimiento intelectual.

Desde los años de Bergson, la tarea de entender la conciencia no ha conocido progreso significativo, aunque hay excepciones. Por ejemplo, hoy se tiene conciencia de que no es evidente que todo pensamiento sea algorítmico, sea un cálculo, transcurra como un proceso mecánico en etapas finitas perfectamente definidas. Una de las consecuencias de los teoremas de Gödel es que podemos ver (con los ojos del espíritu) que una proposición de un sistema formal dado es verdadera mientras que su demostración no es formulable al interior del mismo sistema, lo que está de acuerdo con nuestra experiencia mental intuitiva. Pensamos a menudo mediante formas sintéticas y no de manera analítica y lógica, y eso explica tal vez por qué el pensamiento parece ir más allá del poder mecánico de la deducción sintáctica. Esta observación anti-formalista —mejor dicho, esta observación que refleja que uno no está fácilmente convencido por los dogmas formalistas— nos obliga a reconsiderar el valor de la intuición y va en el sentido de la concepción bergsoniana del pensamiento, mientras le quita verosimilitud a las doctrinas mecanicistas o materialistas como aquella de la inteligencia artificial.

9 . ¿Es la forma una invención humana?

Bergson quisiera que nos diéramos cuenta de que no solamente el número y la ciencia del número, sino que toda ciencia matemática que emerge de la extensión es incapaz de describir y de explicar la duración continua. La geometría y el mecanicismo (cuya columna vertebral es geométrica) estudian las figuras del espacio y su movimiento local. Ahora bien, Bergson, renovando la tradición dinamicista que pone a la cabeza de la ontología la fuerza y el movimiento, desprecia el valor de la forma y con ella el valor de la geometría como actividad reveladora de inteligibilidad.

Quisiera ahora hacer ver la siguiente incoherencia en Bergson: la supuesta impotencia de las matemáticas para describir y explicar el fondo de las cosas —la duración continua—, contradice la idea de que la inteligencia (que incluye las matemáticas) y la concepción de la materia han crecido juntas. Si la inteligencia y el concepto de materia se desarrollan adaptándose mutuamente, se esperaría una

adecuación entre ellas y Bergson, como Descartes, debería creer en la verdad de la inteligencia matemática. Recordemos que Descartes, habiendo separado el pensamiento y la materia-extensión, cree que el primero es capaz, en principio, de obtener una imagen exacta y completa de la segunda.

¿Qué es una forma? Un principio que unifica la materia. El escultor toma una materia homogénea amorfa y da unidad a una parte de este material haciendo una figura. Esta idea filosófica es compatible con la visión científica que recurre a conceptos de la dinámica o de la topología. Paul Valéry escribe que "la forma es por una parte el orden de los contactos, y por otra (en las formas naturales), el lugar de los puntos de las discontinuidades de las leyes, cuando este lugar es continuo".⁽¹⁶⁾ René Thom observa que una forma presupone siempre una discontinuidad cualitativa que separa los puntos del espacio contenidos en la forma de aquéllos que quedan fuera de ella, lo que permita caracterizar topológicamente la forma como un cerrado del espacio ambiente: toda serie de puntos limitada de la forma F admite un punto límite en F .

Según Bergson, la percepción inmediata no es aquélla de los sólidos, cuerpos estables, sino la percepción de la continuidad de las cualidades sensibles, y es a partir de ellas que podemos delimitar los cuerpos. Todo cuerpo, dice Bergson, es un grupo de cualidades que cambia en todo momento, y toda cualidad consiste en una sucesión de movimientos elementales. La movilidad universal es uno de los argumentos recurrentes de Bergson contra la posibilidad legítima de analizar y explicar científicamente la realidad. Aunque la cualidad fuera estable, el cuerpo no lo sería porque cambia incesantemente de cualidades, cambia de forma en todo instante. En una palabra —la opinión de Bergson no deja lugar a dudas— "no hay forma porque la forma sería algo inmóvil y la realidad es movimiento."⁽¹⁷⁾ La ontología trunca de Bergson admite el movimiento sin que haya *algo* que se mueva. Existe la carrera, pero sin tortuga ni atleta; hay vuelo sin flecha que vuele.

Bergson afirma que las palabras pueden estar fijas, pero el pensamiento se mueve sin cesar. Luego distingue el pensamiento y su expresión. El pensamiento es un sentido móvil que atraviesa las palabras. Las palabras y los gestos no son sino los acompañantes perceptibles del pensamiento. Las ciencias que estudian el pensamiento como la psicología y la lógica, tienden a reducirlo a imágenes o a ideas fijas, pero con posiciones inmutables no se puede producir pensamiento porque el pensamiento es un movimiento continuo y por ende indivisible, como la trayectoria de una flecha. El pensamiento es menos un asunto de estados que de direcciones.⁽¹⁸⁾

No es evidente que haya que distinguir tan nítidamente el pensamiento de su expresión. El grado de independencia del pensamiento con respecto a los símbolos es un problema complejo sin solución satisfactoria. Dada una serie de símbolos, habría que saber, por ejemplo, (i) si representa algo que se puede percibir de manera sintética. Eso sucede cuando una metáfora nos pide ver dos cosas como si formaran una sola ("Nuestras vidas son los ríos que van a dar a la mar, que es el morir.") Pero también es posible (ii) que una proposición nos pida abstraer y considerar separadamente dos aspectos unidos en una sola cosa (por ejemplo el color de la luna y su forma esférica). Luego habría que saber (iii) si el referente de una proposición existe en el mundo real (podemos llamar eso "la función transparente del lenguaje"), o bien (iv) si, siendo opaca, la proposición tiene un contenido imperceptible, en principio o en la práctica. En suma, la naturaleza del pensamiento está vinculada, aunque no exclusivamente, a la de su contenido, el que puede ser discreto. Se sigue que el pensamiento no sería exclusivamente continuo, como lo pretende Bergson.

La tendencia constructivista de Bergson salta a la vista: exige a los modelos no solamente la representación de algunas propiedades notables de los sistemas estudiados, sino que quisiera sobre todo que fueran capaces de construir tales propiedades. Ahora bien, el filósofo no se cansa de afirmar que la realidad dinámica y continua no puede salir de modelos matemáticos inmutables y discretos. Pero si la realidad es dinámica y continua, ¿de dónde viene entonces la estabilidad de la forma? No puede venir sino de nuestro organismo, dice Bergson, de la inteligencia y de la percepción. Nuestra visión produce formas estables, y la estabilidad viene, en este caso, de la inercia de la percepción; luego proyectamos la estabilidad de la percepción sobre las cosas. Sólo un cambio suficientemente importante es capaz de interrumpir la inercia de la percepción.

Obviamente Bergson no es solidario del materialismo estático del siglo 17, pero su visión dinámica de la materia y su evaluación de las posibilidades de las matemáticas encuentran un eco favorable en algunos materialistas. El objeto material, escribe Mario Bunge, "puede caracterizarse como aquél que puede estar al menos en dos estados diferentes para que pueda saltar del uno al otro", haciendo así del cambio incesante el criterio de existencia. ⁽¹⁹⁾ Por otra parte, Bunge no diría, como Bergson, que toda forma, material o matemática, es pura invención humana; la física nos permite entender la estabilidad (no la inmutabilidad) de las formas materiales, podemos describir los sistemas periódicos, etc. Pero Mario Bunge asientiría a la idea de Bergson de que las formas matemáticas son invenciones sin correlato real. Para Bergson, la

forma no es sino una instantánea sacada sobre una transición. El intelecto materializante del hombre es hábil para fijar o solidificar en imágenes discontinuas la continuidad fluida de lo real.

Si el mundo descrito por la geometría es ficticio, se sigue que toda teoría que explota ontológica y epistemológicamente los recursos de esta ciencia, como las teorías de la física clásica, no pueden dar cuenta fiel de las cosas, y tal es precisamente la opinión de Bergson. Las matemáticas hacen que los fenómenos sean descritos como procesos reversibles o intemporales, sin auténtica duración. Bunge, ficcionista en filosofía de las matemáticas, ha criticado recientemente la Teoría de catástrofes (TC) aproximadamente en los mismos términos. Los objetos topológicos empleados en la TC son imaginarios y no tienen nada que ver con los procesos reales que pretende explicar. Una de las ideas básicas de la TC es el conflicto, pero, dice Bunge, se trata de un conflicto de atractores, de objetos geométricos inmateriales incapaces de tener relaciones causales con los objetos reales (materiales). Así, ni Bergson ni Bunge reconocerían el rol eminente que tiene en la evolución y en la formación de los sistemas la causa formal, en el sentido de estructura matemática capaz de guiar y de organizar la materia.

10 . Los poderes de la forma

El movimiento es omnipresente, las ecuaciones de las teorías físicas incluyen un parámetro de evolución. También es cierto que cada especie animal "recorta" lo real según las características de sus órganos de percepción, lo que introduce un grado de subjetividad colectiva en la detección o en la invención de formas. Pero existen formas estables universales y objetivas que no resultan de la inercia de los órganos de la percepción. Eso ocurre con las formas materiales, es decir, con las formas trazadas por las diferentes fases de la materia: la manzana sólida está rodeada de gas, la forma de un río es la interfaz entre lo líquido y lo sólido.

Bergson debería apreciar que las *formas* físicas o biológicas tengan efectos prácticos que no dependen para nada del observador. Si las formas son eficaces, es porque interactúan con un flujo energético. La mejor prueba de la objetividad de la forma es que podemos verificar su poder director sobre la materia o la energía. Sin espejos paraboloidales, Arquímedes no habría podido defender Siracusa concentrando los rayos solares sobre las naves romanas para quemarlas. Otro ejemplo: la forma de la hélice transforma la velocidad del viento en velocidad de rotación sobre un eje. Vista así, la

forma material no depende de la percepción o del sujeto en ninguno de los sentidos de "depender". (Podemos distinguir al menos tres sentidos: b depende de a si (i) a contiene b, si (ii) a es una de las causas de b, o si (iii) a implica b). Estos hechos nos impiden estar de acuerdo con Bergson cuando afirma que toda forma es una invención de nuestra manera de ver o de pensar. Por la misma razón no se puede aceptar la opinión de los idealistas o de Kant de que la forma es una ley de nuestro espíritu que le permite coordinar las sensaciones emergentes de la presencia de los objetos. Kant es explícito en su afirmación de que los objetos no afectan a los sentidos mediante una forma que les sea propia.

Una vez que se ha reconocido la objetividad de la forma, se ha preparado el camino para su estudio dinámico y geométrico. Tanto en la naturaleza inanimada como en la animada, las formas se repiten, hay tipos, la analogía permite el progreso del conocimiento. Podemos clasificar los minerales, los vegetales y los animales en especies dotadas de propiedades que las separan. Sin embargo, como era de esperar, no hay en Bergson lugar para la analogía, "el devenir es infinitamente variado." ⁽²⁰⁾ Separa tres géneros de movimiento: el cualitativo, como el paso de un color a otro; el evolutivo, por ejemplo, el paso de la flor al fruto, y el extensivo como el acto de comer. Luego Bergson echa en cara a los intelectualistas (o racionalistas) el no reconocer la variedad de géneros del devenir, de borrar las diferencias concretas con abstracciones, y de terminar estudiando algo ideal e inexistente.

Retomemos la pregunta: ¿depende toda forma de la percepción? Hemos visto que las formas materiales existen, que tienen un poder y que son independientes de la percepción. Pero las cualidades primarias del mecanicismo son, según Bergson, ficciones que ocultan la duración del tiempo y la movilidad del movimiento. Reconocer la realidad independiente de las formas materiales no impide que haya formas que resulten de una colaboración entre el mundo externo y nuestra manera de percibir y de pensar, como las cualidades secundarias (colores, sabores, etc.), mientras que hay otras formas todavía menos objetivas, como las cualidades terciarias (la forma de una angustia, de una esperanza, de una emoción estética). Es inútil de agregar que Bergson tiene una predilección por las cualidades secundarias y terciarias. El quiere saber sólo de las cualidades significativas, y es verdad que la significación depende del estado del sujeto, aunque no exclusivamente. Habría que distinguir la significación física de la significación biológica y de la significación psicológica, y notar que sólo la primera es independiente de la percepción.

Si creyéramos a Bergson, no habría ni forma independiente ni analogía. Sin embargo la existencia de ellas es evidente: un mundo donde todo fluye sin cesar, sin propiedades universales, sin repetición de formas, no es el nuestro. Lo que acabo de decir deja un sabor amargo, típico en las cuestiones ontológicas: ¿cómo es posible que lo evidente para unos no lo sea para todos? ¿Hasta qué punto es útil discutir de problemas de ontología, si la existencia de algo no se impone a todos con la misma fuerza de impresión? "La forma es una invención de nuestra percepción", dice Bergson. Su filosofía, como toda idea llevada al extremo, termina secretando su propia especie de absurdo.

11 . Las matemáticas y el devenir

Gracias a la ayuda de modelos estáticos sacados sobre todo de la geometría, los antiguos, hace 6000 años, ya eran capaces de describir los movimientos circulares. Hace casi 400 años los modernos, encabezados por Galileo, pudieron concebir modelos dinámicos para representar los movimientos de los planetas, esfuerzo prolongado por la física matemática íntimamente ligada al desarrollo del análisis. El siglo 20 ha visto la producción de herramientas que surgen del estudio de las singularidades estructuralmente estables (H. Whitney, R. Thom, J. Mather y otros) como las empleadas en la TC (modelos topológicos combinados con la teoría de los sistemas dinámicos), que permiten matematizar la evolución de los sistemas biológicos.

Los historiadores enseñan que la ciencia antigua era estática y capaz de representar una variedad limitada de movimientos. Eso se debió al hecho que para los antiguos el ser matemático por excelencia era el número y la figura geométrica estudiada por la geometría euclidiana. La ciencia moderna, donde predomina el cálculo infinitesimal y la noción matemática de función, parece apta para representar lo que el movimiento tiene precisamente de dinámico. Pero veremos que Bergson no comparte esta opinión general. El filósofo reconoce el esfuerzo de los matemáticos que han participado al desarrollo del cálculo, pero en su opinión sólo consiguieron sustituir el movimiento ya hecho a lo que se hace, las posiciones espaciales a la duración: "La inteligencia se las arregla para que la movilidad, arrinconada en intervalos cada vez más estrechos a medida que aumenta el número de las posiciones consideradas, retrocede, se aleja y desaparece en lo infinitamente pequeño." ⁽²¹⁾

El cálculo, la noción de función, la extensión analítica son útiles para la predicción y la acción eficaz, pero, dice Bergson, no hay que desorientarse y concluir

que esta evolución en la descripción del ser y del devenir significan que las fórmulas sean ahora capaces de darnos la evolución interior de las cosas, la duración. La matemática moderna no es una excepción al "pensamiento cinematográfico" y entretiene la ilusión de que consiste en imitar el movimiento con lo inmóvil. El intelecto se las arregla para dar la ilusión de movimiento utilizando entidades rígidas, palabras, imágenes, formas y números, como el cinematógrafo engaña al ojo haciéndonos creer que hay movimiento continuo mientras desfilan las imágenes rígidas.

La intuición de los matemáticos es una cosa, otra cosa es convertirla en algo útil. Ni el matemático ni nadie puede hacer ciencia sin formalismos. Sin símbolos no hay algoritmo ni combinatoria posible, y sin combinatoria, sin algoritmos, no hay previsión ni control. Recordemos que Bergson comparte la visión positivista de la ciencia natural. Aunque por momentos la ciencia tenga un interés filosófico y teórico, ella debe finalmente, según Bergson, mostrar *en la práctica* que vale la pena de ser desarrollada. (Aplicando este criterio al estado actual de la ciencia —actividad sumamente cara económicamente— sería urgente decidir cuáles son realmente los proyectos que tienen un interés práctico para la humanidad).

En mecánica, la evolución de un sistema está representada por la trayectoria de un punto en un espacio descrito por una geometría. Todo ha sido reducido al espacio, al tiempo y al movimiento. El tiempo aparece como una cantidad uniforme y constituido de instantes separables, mientras se supone que participa en un movimiento cualitativo y continuo. En la representación matemática, el tiempo que fluye se compone de segmentos de una curva. Se identifica el movimiento a una curva, a un símbolo analizable, pero de hecho el movimiento queda más allá. El mecanicista trabaja con las propiedades matemáticas de la curva. Se trata, según Bergson, de una abstracción y de una reducción metafísicamente ilegítimas.

El filósofo advierte que la identificación del movimiento a las propiedades de una curva conduce necesariamente a errores y a confusiones. La observación siguiente va en el sentido de lo que quiere decir Bergson: ocurre a menudo, sobre todo en las teorías matematizadas, que no se sepa con claridad si el referente de lo que se afirma es la realidad física o el modelo matemático. Así, cuando se habla de entropía, de orden y de desorden, no es siempre claro si las propiedades descritas pertenecen a un objeto físico, o al modelo probabilista, o a los dos. Bergson recurre a las paradojas de Zenón. Hay que distinguir dos niveles, el matemático y el físico. (Por mi parte, pienso que hay que agregar un tercer nivel, el metafísico, la hipótesis sobre el carácter último de la

naturaleza, discreto o continuo). El movimiento de la flecha, como todo desplazamiento, siendo simple y continuo, no se puede descomponer, mientras que la representación matemática posee las propiedades opuestas. El movimiento se despliega de un tirón, aunque dure, y como un elástico, no puede cortarse y conservar sus propiedades. ⁽²²⁾ Eso explica que ni la flecha ni Aquiles ni la tortuga, ni nada que se mueva, *no esté* en ningún momento en un punto del trayecto.

Si lo que dice Bergson fuera cierto más allá de toda duda razonable, la ciencia, en tanto que instrumento de explicación y de comprensión, sería nula. Sucede que todo sistema natural, para llegar a ser objeto de ciencia, debe ser representado en y por un formalismo. Eso implica una reducción parcial necesaria del objeto a su representación simbólica. El problema interesante y difícil es encontrar el modelo simbólico que explique (que permita deducir) ciertas propiedades importantes de un sistema sin desnaturalizarlas. Una abstracción exagerada o una reducción exagerada conducen a lo insignificante; y al contrario, un formalismo demasiado pegado a la complejidad de un fenómeno conduce a la incompreensión por lo inútil, lo inmanejable. Un plano tan detallado como la ciudad ya no es un plano, como una regla para la construcción de una serie de números ya no es una regla si es tan larga como la serie misma. Pero al decir esto nos estamos apartando del punto específico de Bergson, porque la incapacidad de las matemáticas de representar la duración, el verdadero movimiento, no es asunto de aproximación, de más o de menos: por su *naturaleza* misma, discreta y espacial, los símbolos de un formalismo no pueden captar lo esencial del movimiento, la duración continua.

12 . Conocimiento intuitivo y conocimiento generado

Conviene distinguir la explicación de la comprensión. La explicación, lo que en ciencias es una deducción, un argumento válido o razonable, no puede dispensarse del formalismo. El rol del formalismo en la comprensión es menos evidente. La comprensión es un proceso psíquico que depende del aparato cognitivo de la persona, de su preparación y de su talento. La captación intuitiva de un objeto o de una idea, directa, inmediata, no transita necesariamente por símbolos lingüísticos o matemáticos. « El lenguaje y las palabras, escritas o habladas », dice Einstein, « no parecen tener ninguna importancia en el mecanismo de mi pensamiento ». Los animales comprenden sin formalismo. Pero si se quiere transformar una intuición (como la imaginación que condujo a Einstein a "ver" la equivalencia masa inercial = masa gravitacional) en

conocimiento científico, es decir, en proposiciones comunicables que generen otras proposiciones, en proposiciones verificables, entonces no queda otra alternativa sino trazar la intuición en el interior de las figuras del lenguaje, natural o matemático.

Bergson hereda y prolonga la tradición que privilegia la intuición contra el lenguaje. La intuición debe controlar las deducciones permitidas por los formalismos. Sin contenido intuitivo, la cascada de la deducción es vacía, sin sentido, y no puede ser conocimiento. La intuición es un contacto inmediato entre el organismo y la cosa. El organismo llega a ser la cosa conocida. Estas observaciones sobre la intuición son justas, aunque habría que reconocer también el valor científico de los formalismos: en una palabra, permiten controlar, a su vez, la intuición, fijar lo conocido y generar nuevas proposiciones.

Sólo la intuición puede darnos la duración continua, dice Bergson. Esta afirmación es plausible cuando se trata de seres matemáticos concebidos como seres de razón, o cuando alguien habla de sí mismo ("Pienso, luego existo"). Pero la afirmación es menos admisible o comprensible cuando se trata de la intuición de cosas materiales externas, salvo si se cree que "ser, es ser percibido". Pero Bergson es realista: la intuición nos da lo otro, las cosas tal como son, parcial y gradualmente, por supuesto, pero la cosa en sí es conocida. Hemos tocado un punto muy difícil: ¿cómo entender que un organismo espiritual pueda tener un conocimiento sin intermediario de las cosas materiales externas?

Descartado el intelecto, queda la posibilidad de buscar por el lado de la actividad biológica y psicológica. La simbiosis, la empatía y la simpatía son procesos sugerentes de lo que Bergson tiene en mente: hay una colaboración íntima, una influencia de interior a interior, una imitación, un acompañamiento, se vive la misma cosa. Claro que más tarde en su desarrollo intelectual Bergson modificó su idea de la intuición quitándole inmediatez, calificándola incluso de modo de pensamiento. Llega a reconocer la atención y el esfuerzo consciente como ingredientes de la intuición. El conocimiento intuitivo llega a ser menos absoluto porque puede mejorarse y progresar. Podría imaginarse un puente entre la intuición y el conocimiento discursivo puesto que Bergson dice que podemos acercarnos al contenido de la intuición mediante metáforas y comparaciones. La intuición es finalmente menos inefable.

Una de las tesis del bergsonismo es que el pensamiento y el conocimiento son fenómenos biológicos. (Por eso, un bergsonianos diría que los modelos de la inteligencia artificial, aquéllos donde está ausente lo biológico del cerebro y del comportamiento

humano, están tan lejos de decir algo pertinente sobre el pensamiento). Mostrándose un tanto ingenuos, los intuicionistas creen que la intuición muestra que la certeza existe: si hay una apropiación inmediata, por ejemplo, de la duración de un sistema, la duda es imposible, ya no hay necesidad de verificación, de buscar una correspondencia entre el discurso y los hechos. La verificación supone comparar dos cosas separadas, una proposición y un fenómeno, pero la intuición es una asimilación, hay finalmente una sola cosa : el fenómeno está en la mente. Lo indudable de la intuición la convierte en punto de partida satisfactorio del conocimiento.

Conviene entonces recordar a los intuicionistas que una de las funciones del formalismo es precisamente verificar la intuición para distinguir el conocimiento de la ilusión. Además el punto de partida no es todo; el hombre quiere hacer algo con lo asimilado, y para eso necesita un formalismo que le permita registrarlo, representarlo, hacerlo presente a voluntad y comunicarlo. Sin formalismo no hay distancia con respecto a la cosa, y sin distancia no hay reflexión ni verificación; el sujeto estaría poseído por la cosa, arrastrado por ella. Einstein pensaba que el tiempo vivido no tenía ninguna pertinencia más allá de lo visto por cada uno de nosotros y que nada autoriza entonces a aplicar, al mundo entero, nuestra noción intuitiva de la simultaneidad. Esta observación del físico ilustra la incapacidad del anti-intelectualismo de generar un conocimiento. El conocimiento humano comporta estos dos momentos : por una parte, la unión física, biológica, pre-predicativa con la cosa, y por otra parte, la toma de distancia. Sin la colaboración entre la intuición y el formalismo, sin la distancia que el formalismo permite tomar, no hay generación o producción de conocimiento *científico*. Es lamentable que en vez de seguir la pista de la colaboración entre la intuición y el formalismo, Bergson haya pasado su vida a buscar entre ellos el conflicto.

Según las tradiciones romántica y pragmática con las cuales el bergsonismo tiene más de un parentesco, el mundo recortado y reconstruido por las ciencias matemáticas es ficticio. Los seres postulados, constituidos por conceptos teóricos o matemáticos, no existen. Contra esta actitud, propongo las siguientes observaciones: ⁽²³⁾

(i) Si la ciencia mecanicista se desarrolla, si se formulan teorías cada vez más abstractas y matematizadas, es precisamente porque se busca la necesidad, y en la medida en que la necesidad natural es recogida por las ciencias, los elementos ficticios disminuyen.

(ii) Las estructuras fundamentales de nuestros sistemas simbólicos no se han desarrollado por azar sino que se deben a la acción de exigencias matemáticas, físicas y

biológicas subyacentes a nuestra actividad mental consciente. "Creo que lo arbitrario se encuentra solamente en las palabras y de ninguna manera en las ideas."(Leibniz). El origen natural de nuestras categorías explica su utilidad vital.

(iii) Es precisamente porque se reconoce la existencia del movimiento que los seres imaginarios, teóricos o virtuales de la ciencia son postulados. Si el universo fuera rígido, sin devenir, bastaría con describirlo, mientras que un universo en devenir exige una explicación de la aparición de lo nuevo, del paso de la potencia al acto. De ahí la necesidad de imaginar un mundo virtual subyacente de donde proviene lo actual, y de recurrir a las razones suficientes que puedan explicar el paso de la posibilidad a los hechos.

(iv) Otra categoría mecanicista que permite luchar contra lo ficticio es la verificación múltiple. La corroboración de una hipótesis, el hecho que un aparato construido según ciertas presuposiciones teóricas, por ejemplo, un microscopio, funcione de manera satisfactoria, inyecta verdad a las entidades teóricas presupuestas.

(v) Si se considera que la física matemática es una ciencia de la naturaleza, entonces habría que reconocer el carácter natural de los componentes matemáticamente constituidos.

(vi) El mecanicismo es más que una teoría entre otras, es un movimiento de ideas capaz de progresar y de corregirse gracias a las críticas que vienen de las tradiciones instrumentalistas, románticas o existencialistas. Sus posibilidades son, en gran parte, aquéllas de las matemáticas.

(vii) Sería interesante ver si, y en qué medida, el estudio cualitativo del espacio como se hace en topología, deja al menos algunas de las críticas de Bergson sin pertinencia. El lenguaje natural, la lógica elemental y la aritmética son modelos discretos que no pueden hacer justicia al continuo intuitivo. La crítica de Bergson es entonces pertinente con respecto a esos dominios. Pero el continuo topológico no es idéntico al continuo aritmético, no es atomístico, aunque no está exento de desafíos al continuo como las variedades con una multiplicidad de ramas portadoras de singularidades.

Bergson podría retomar sus críticas. Aunque el continuo topológico esté menos alejado del continuo intuitivo que el continuo aritmético, la topología sigue trabajando con las categorías del espacio, y en tanto que disciplina abstracta —es, de hecho, una de

las más abstractas— es objeto de todas las críticas que Bergson hace al pensamiento abstracto. La continuidad intuitiva de la duración, diría Bergson, no es exactamente la continuidad del espacio topológico porque la primera es creadora. Queda por verse si la teoría del continuo topológico y de las singularidades puede continuar acercándose al continuo intuitivo. En este contexto, la filosofía de Bergson se muestra como un gran desafío a la capacidad imaginativa y creadora de los matemáticos en el intento de reducir la distancia entre el continuo intuitivo y las diferentes formas del continuo matemático, el continuo aritmético de los reales y el continuo topológico. Luego el topólogo corre todavía el peligro de la hipóstasis: puede confundirse y tomar como reales las propiedades del formalismo.

Es hora de concluir. Bergson piensa que el intelecto y el concepto de materia que consigue fabricar resultan de nuestra necesidad de actuar, de nuestra actitud utilitarista. Pues bien, el hecho que las ideas mecanicistas matemáticamente estructuradas funcionen, no prueba su adecuación metafísica. Se puede estar de acuerdo con eso: actuar es una cosa, comprender es otra.

La influencia de Bergson puede ser sumamente benéfica para no desorientarse cuando se quiere prolongar filosóficamente la ciencia. Bergson advierte: las ciencias matemáticas, que han formado el concepto de materia, pueden conducir al materialismo, a erradicar los valores de un mundo que consistiría sólo en hechos. Acabamos de aludir a otro caveat importante: cuidado con la hipóstasis, es decir, cuidado con la reificación. Cuando uno se da cuenta de tanta cosa curiosa e inverosímil que viene, de cerca o de lejos, de la ciencia de nuestros días y sobre todo del científicismo, ya se tiene una entrada personal y favorable al pensamiento de Bergson.

La verdad de Bergson es a medias, como ocurre con toda filosofía. La otra parte de la verdad es que las matemáticas, la física matemática y el conjunto de disciplinas mecanicistas constituyen el único conocimiento científico que tenemos. No existe una *ciencia bergsoniana* rival de la ciencia. Por eso, lo razonable, una vez asimilado el espíritu del bergsonismo, es tratar de mejorar nuestro conocimiento matemático y mecanicista. Tengo la impresión de que Bergson estaría, en el fondo, de acuerdo con esta conclusión, porque de otra manera yo no me explico que este filósofo haya pasado tanto tiempo estudiando las ciencias.

NOTAS Y REFERENCIAS

1. Henri Bergson, *Essai sur les données immédiates de la conscience*, in *Œuvres*, París, P.U.F., edición 1984, p. 56.
2. Aristóteles, *Metafísica*, XIII,2,1088^a 4-6.
3. Euclides, *Los Elementos*, VII, def. 1 y 2.
4. E. Kant, *Crítica de la razón pura*, A 143; B 182.
5. H. Bergson, *Essai sur les données immédiates de la conscience*, op.cit., pp. 1,26.
6. G. Martin, *Arithmetic and Combinatorics*, S.I.U. Press, Carbondale, Ill., 1985, p. 189.
7. B. Russell, *Introduction to Mathematical Philosophy*, Allen & Unwin Ltd., Londres, 1921, Cap. 2, "The notion of number".
8. B. Russell, *History of Western Philosophy*, Allen & Unwin, Londres, 1946, p. 829.
9. L.E.J. Brouwer, "Base historique, principes et méthodes de l'intuitionisme" in *Intuitionisme et théorie de la démonstration*, textos reunidos por J. Largeault, Vrin, 1992, p.449.
10. H. Bergson, *Essai sur les données immédiates de la conscience*, op.cit., p. 57.
11. *Ibid.*, pp. 57-58.
12. L.E.J. Brouwer, "Intuitionisme et formalisme" in *Intuitionisme et théorie de la démonstration*, op.cit., pp. 43-44.
13. R. Thom, *Apologie du logos*, París, Hachette, 1990, p. 324.
14. H. Bergson, *L'évolution créatrice*, París, edición Félix Alcan, 1939, pp. 224-225.
15. D'A. Thompson, *On Growth and Form*, Cambridge University Press, edición 1961, pp. 7-8.
16. P. Valéry, *Cahiers*, París, Gallimard, 1973, tomo 1, p. 740.

17. H. Bergson, *L'évolution créatrice*, op.cit., p. 326.
18. H. Bergson, *L'énergie spirituelle*, París, P.U.F., edición 1990, p. 45.
19. M. Bunge, *Scientific Materialism*, Reidel, 1981, p. 21.
20. H. Bergson, *L'évolution créatrice*, op.cit., p. 329.
21. H. Bergson, *La pensée et le mouvant*, in *Œuvres*, op.cit., p. 1257.
22. H. Bergson, *L'évolution créatrice*, op.cit., p. 334.
23. Estas observaciones están desarrolladas en mi libro *Théorie de l'intelligibilité*, Toulouse, Editions Universitaires du Sud, 1994.
24. Sobre lo continuo y lo discreto véase, por ejemplo, H. Weyl, *El Continuo*, 1918; R. Thom, *Stabilité structurelle et morphogénèse*, 1972.

* * *